

С. Жаринов

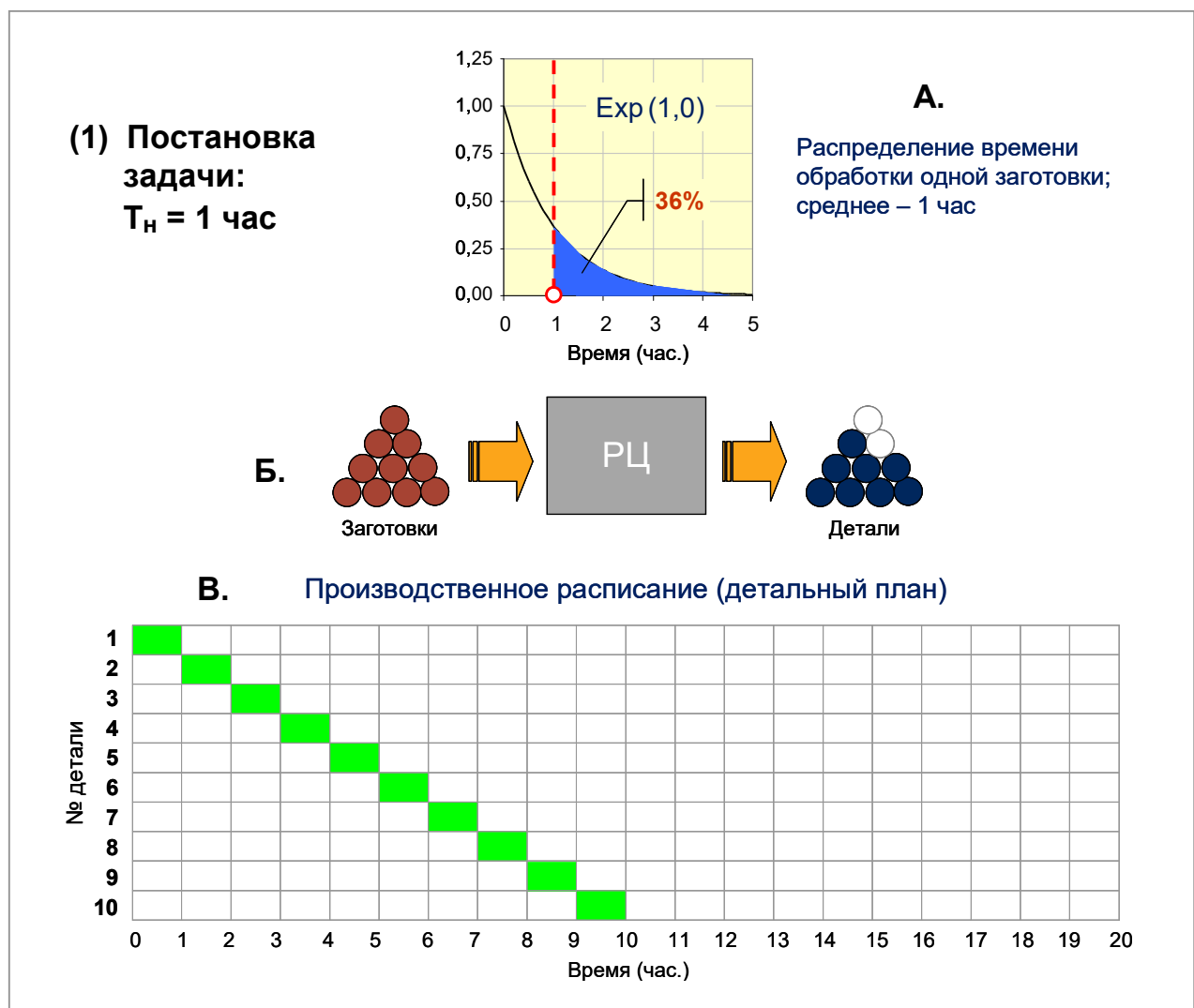
О детальном и укрупнённом планировании¹

ПРИЛОЖЕНИЕ 1: Модель одного рабочего центра

Всё, что начинается хорошо, кончается плохо.
Всё, что начинается плохо, кончается ещё хуже.

*Закон Паддера*²

Рассматривается простейшая производственная система из одного рабочего центра (РЦ); на входе – заготовки, на выходе – готовые детали (см. диаграмму **Б** на врезке 1). Предполагается, что заготовки всегда имеются в наличии. Тогда если нормативное время обработки одной заготовки T_H составляет,



например, 1 час, то детальный план для РЦ, скорее всего, будет выглядеть так, как это показано на диаграмме **В** врезки 1. В соответствии с построенным производственным расписанием в течение первого часа будет обрабатываться первая заготовка, в течение второго часа – вторая заготовка и т.д. А вся программа из десяти деталей, очевидно, по плану должна быть целиком выполнена за 10 часов.

Если в системе отсутствует вариабельность (то есть на обработку каждой заготовки уходит ровно T_n времени), то ситуация полностью под контролем. По каждой детали заранее определены точные сроки запуска и выпуска, и для любого момента времени однозначно известно, какая деталь в данный момент будет находиться в обработке.

Однако при наличии вариабельности процессов ситуация становится гораздо менее очевидной. Предположим, что норматив T_n соответствует среднему времени обработки одной заготовки на РЦ. Иными словами, для одних деталей это время может быть меньше норматива, а для других – больше норматива. Например, если это время распределено по экспоненциальному закону с параметром $\lambda = 1,0$, то среднее значение будет равно $T_n = 1$ час, а вероятность превышения норматива составляет примерно 36% (см. диаграмму **А** на врезке 1).

ВОПРОС: есть ли польза от детальных производственных расписаний в условиях вариабельности?

Когда говорят о необходимости детального производственного планирования, то обычно имеют в виду план как инструмент обеспечения контроля над ситуацией (см. выше), а именно:

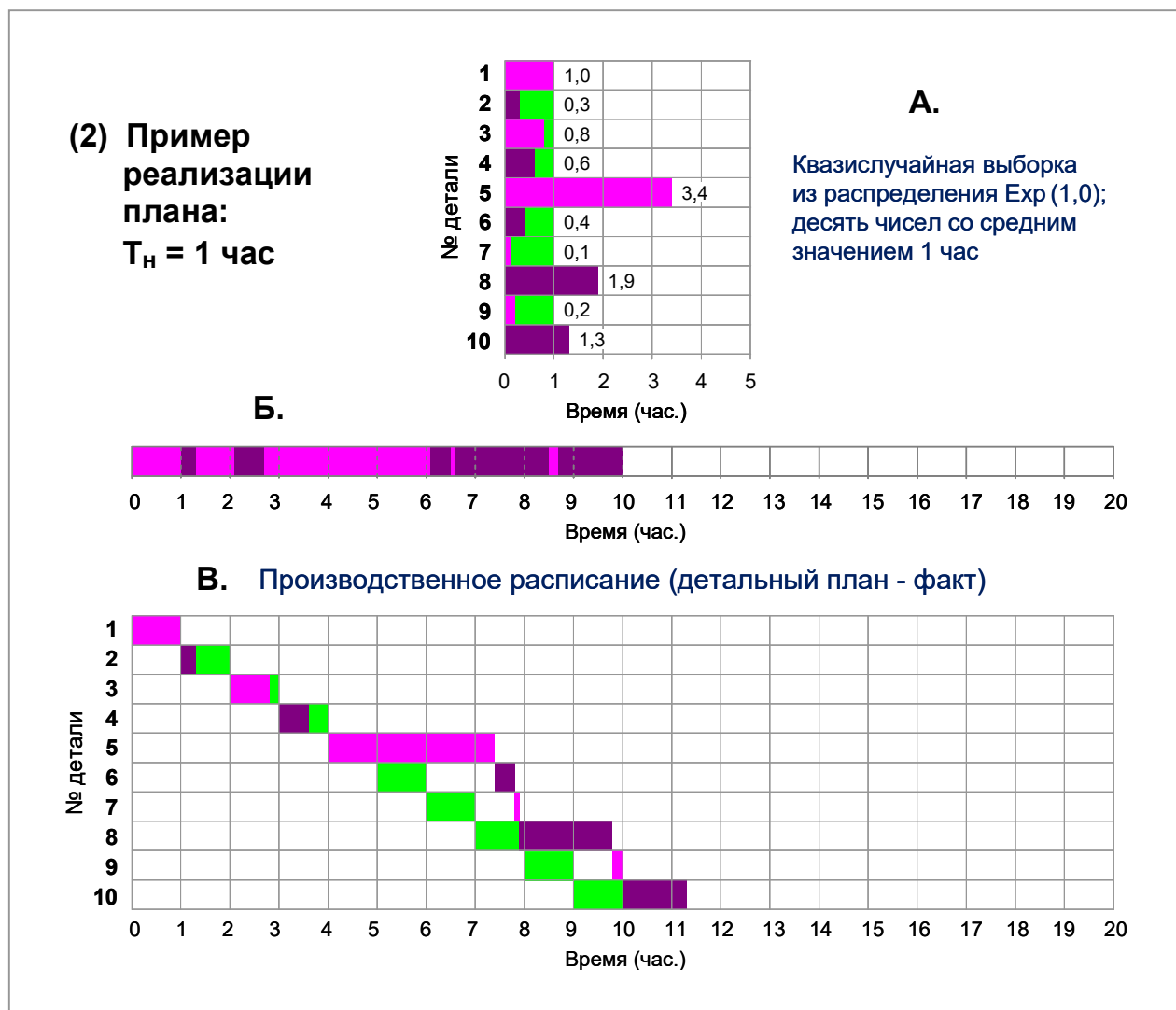
- (1) возможности до начала работ прогнозировать сроки запуска и выпуска отдельных деталей, сборок и конечных изделий, а при наличии нескольких производственных операций – соответственно, ещё и сроки начала и завершения каждой из таких промежуточных операций;
- (2) возможности управлять загрузкой ресурсов, то есть заранее выявлять такие периоды времени, в течение которых ресурсы будут свободны и, следовательно, доступны для назначения на другие работы.

Естественно, имея соответствующие нормативы времени, технически можно построить любой сколь угодно детальный план. Смысл сформулированного выше вопроса – в практической реализуемости. Грубо говоря, польза от плана может быть только в том случае, если его “реализуемость” достаточно высока. И наоборот, если в момент составления некоторого плана понятно, что шансы на его успешную реализацию невелики, то такой (сколь угодно детальный)

план, очевидно, следует признать бесполезным и практически бессмысленным (если не сказать – вредным).

С целью операционального определения понятия “реализуемости плана” будем считать отдельную позицию плана “реализованной”, если интервал времени её фактической реализации (обработки соответствующей заготовки, выполнения конкретного задания и т.п.) укладывается в плановые границы: время начала по факту – не раньше установленного планового срока, время завершения по факту – не позже установленного планового срока. В таком случае *под реализуемостью плана будем понимать долю реализованных позиций от общего числа позиций данного плана.*

Очевидно, что при использовании точных (в отсутствие вариабельности) либо заниженных нормативов, – когда все операции гарантированно выполняются в заранее установленные сроки, – реализуемость соответствующих планов будет 100%. К сожалению, “по жизни” так не бывает!



Дело в том, что распределения времени обработки в реальном производстве обычно характеризуются ярко выраженной правосторонней асимметрией (и, кроме того, зачастую имеют так называемые “тяжёлые” хвосты). Поэтому гарантированных нормативов не существует даже теоретически. Так, в случае описанной на врезке 1 постановки задачи (экспоненциальное распределение $\text{Exp}(1,0)$, $T_n = 1$ час) вероятность 100-процентной реализуемости детального плана уже для двух деталей составляет меньше 50% ($0,64^2 \approx 0,41$), а для десяти деталей – чуть больше 1% ($0,64^{10} \approx 0,0115$).

Рассмотрим пример реализации показанного на врезке 1 производственного расписания. В качестве фактических значений времени обработки заготовок возьмём десять квазислучайных³ чисел из распределения $\text{Exp}(1,0)$:

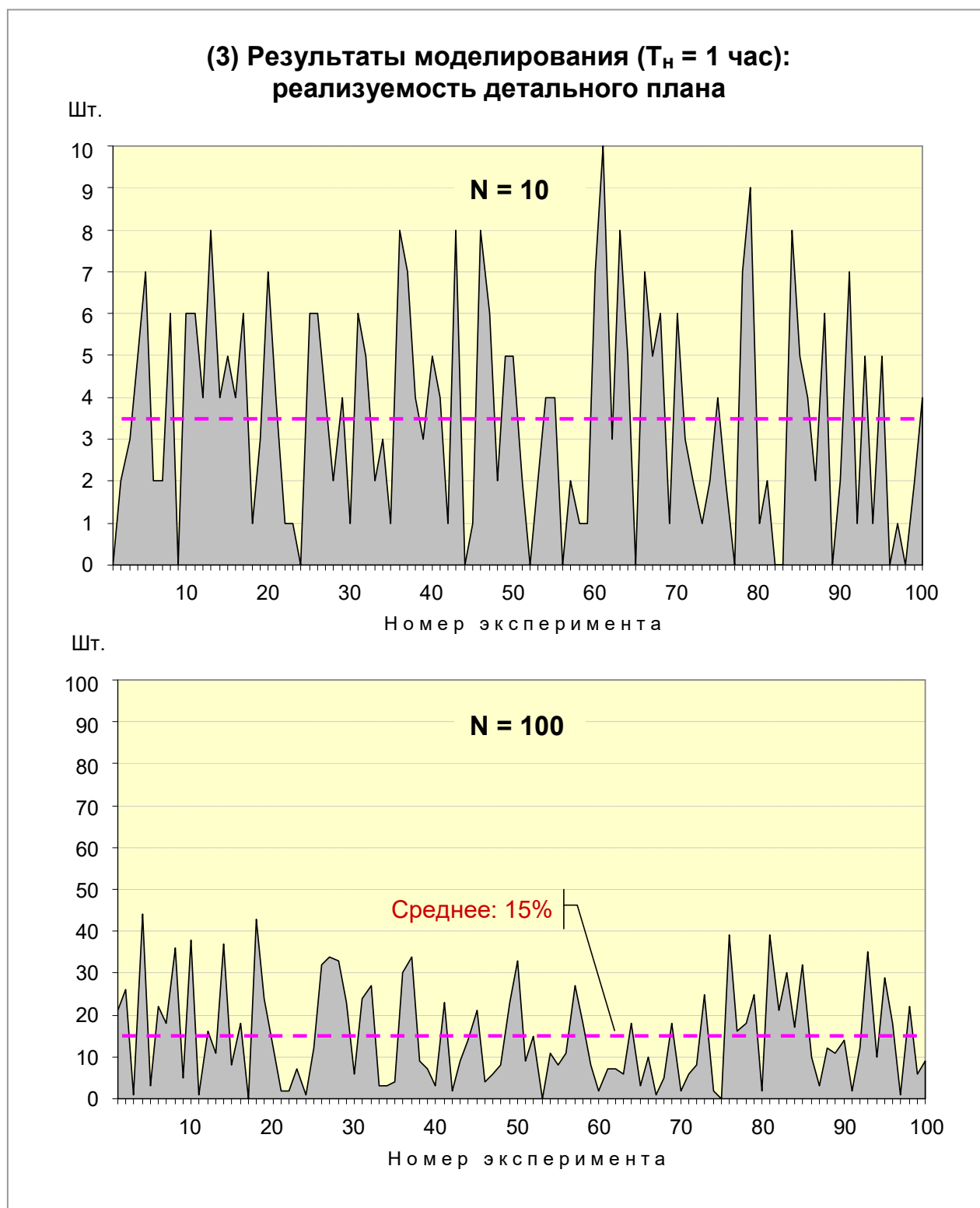
{1,0; 0,3; 0,8; 0,6; 3,4; 0,4; 0,1; 1,9; 0,2; 1,3}.

Среднее по выборке – ровно 1 час; в сумме – ровно 10 часов (см. диаграммы **A** и **B** на врезке 2). Результат работы “по плану” представлен на диаграмме **B** врезки 2. Предполагается, что при этом соблюдаются следующие правила запуска заготовок:

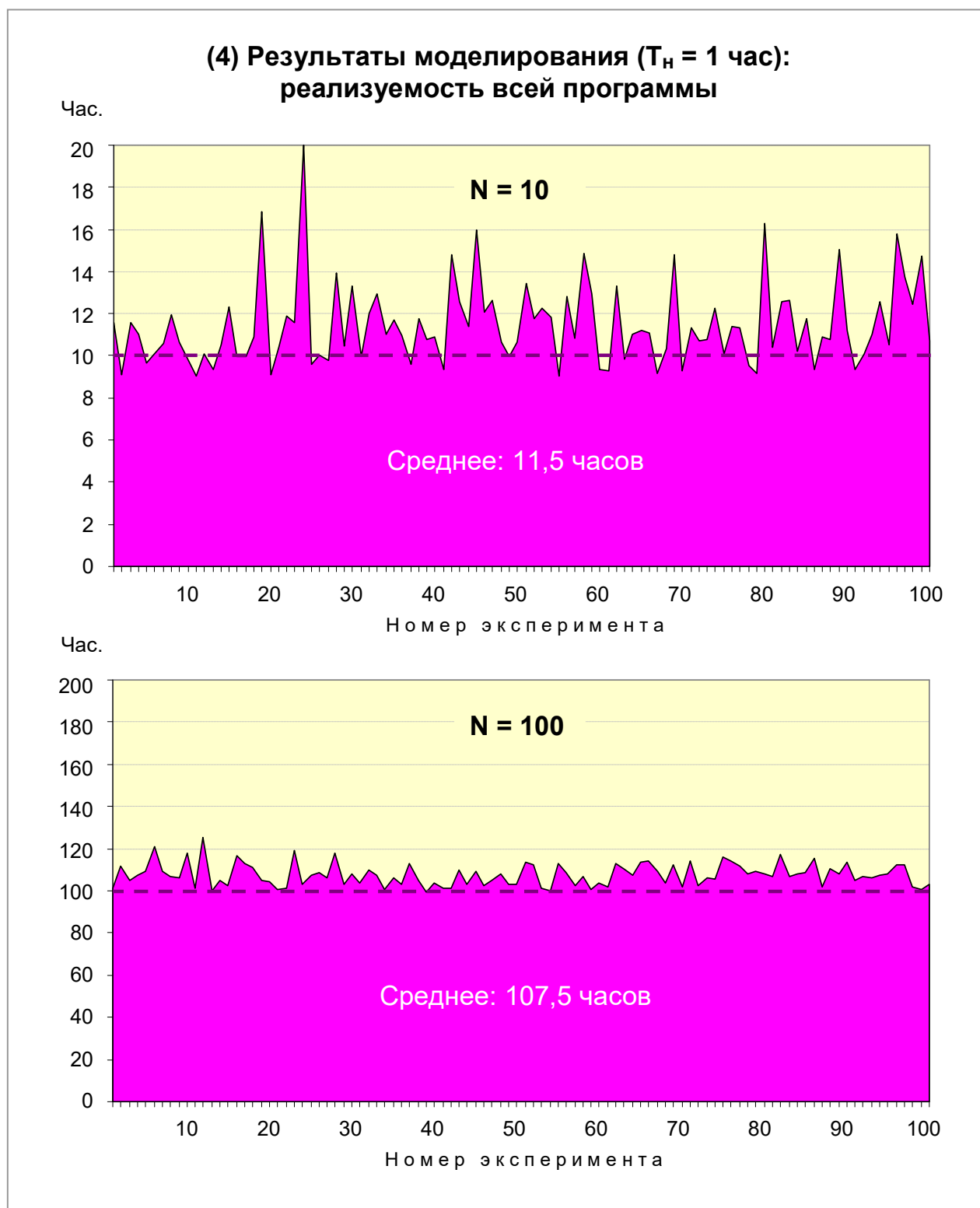
- если изготовление очередной детали фактически завершается раньше соответствующего планового срока, то обработка следующей заготовки начинается строго по плану;
- если изготовление очередной детали фактически завершается позже соответствующего планового срока, то обработка следующей заготовки начинается сразу же без задержки.

Как видно из построенного графика, поначалу всё идёт хорошо, и первые четыре позиции плана оказываются успешно реализованными. Но как только происходит “сбой” (в данном случае при изготовлении пятой детали), то из-за зависимости процессов обработки все оставшиеся позиции плана завершаются с опозданием. В итоге фактическая реализуемость плана составляет 40%. Не говоря уже о том, что и вся программа из десяти деталей в целом выполняется с превышением запланированного срока.

Для более точной оценки статистических характеристик рассматриваемой модели были проведены две серии компьютерных экспериментов, результаты которых представлены на врезках 3 и 4. В каждом из экспериментов первой серии генерировалось по $N = 10$ независимых псевдослучайных⁴ чисел из распределения $\text{Exp}(1,0)$ и анализировалась работа системы “по плану” из десяти позиций, показанному на врезке 1. Во второй серии экспериментов моделировалась работа той же системы, но при изготовлении $N = 100$ деталей ($T_n = 1$ час, производственное расписание из ста позиций, плановый срок выполнения всей программы – 100 часов).



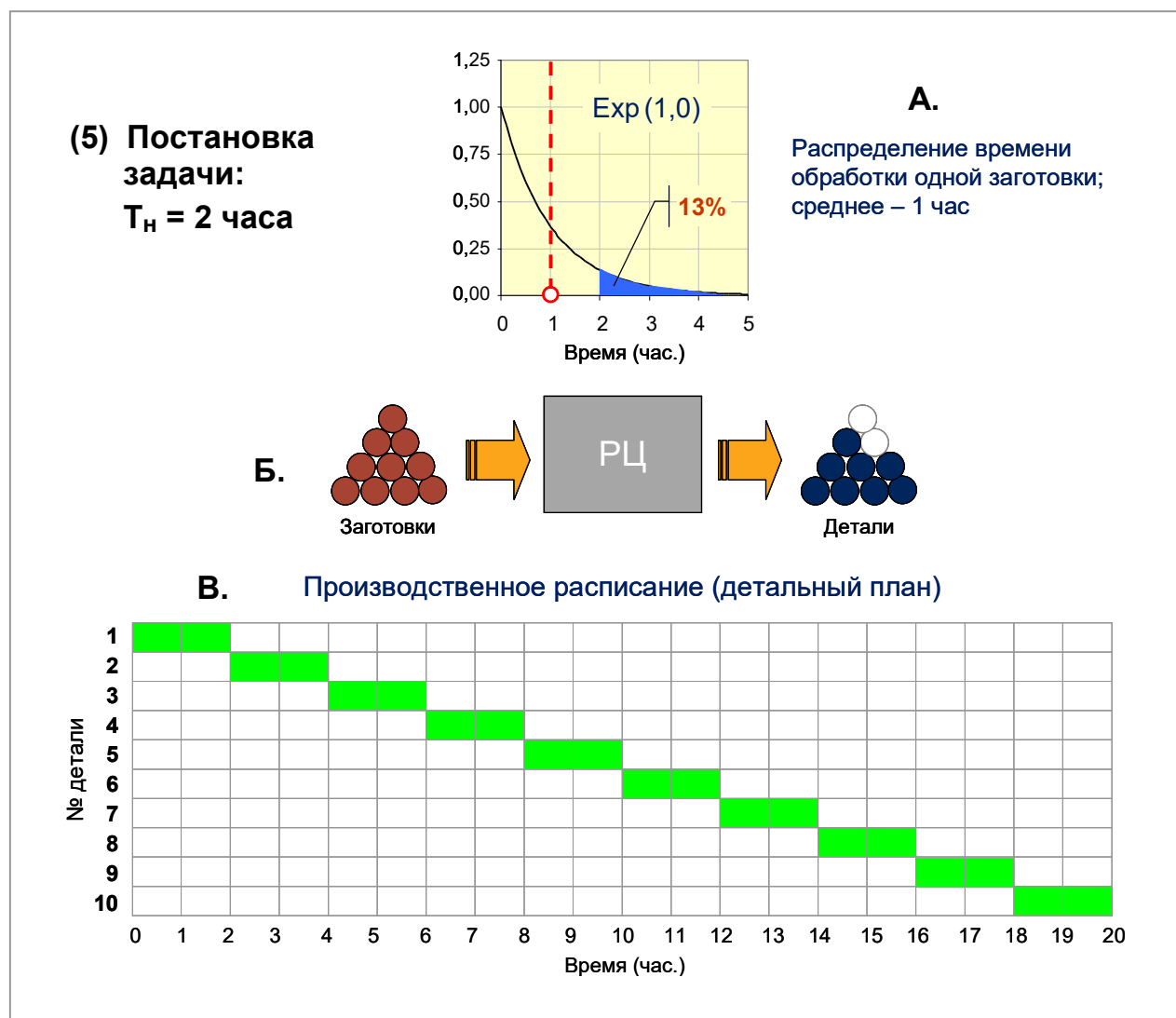
На врезке 3 показаны результаты моделирования реализуемости детальных планов. Экспериментальные значения для десяти позиций изменяются от 0 до 10 со средним примерно 3,5 или 35% реализаций (в рассмотренном выше примере было 40%), а для плана из ста позиций практически никогда не превышают 45 реализаций со средним показателем 15%.



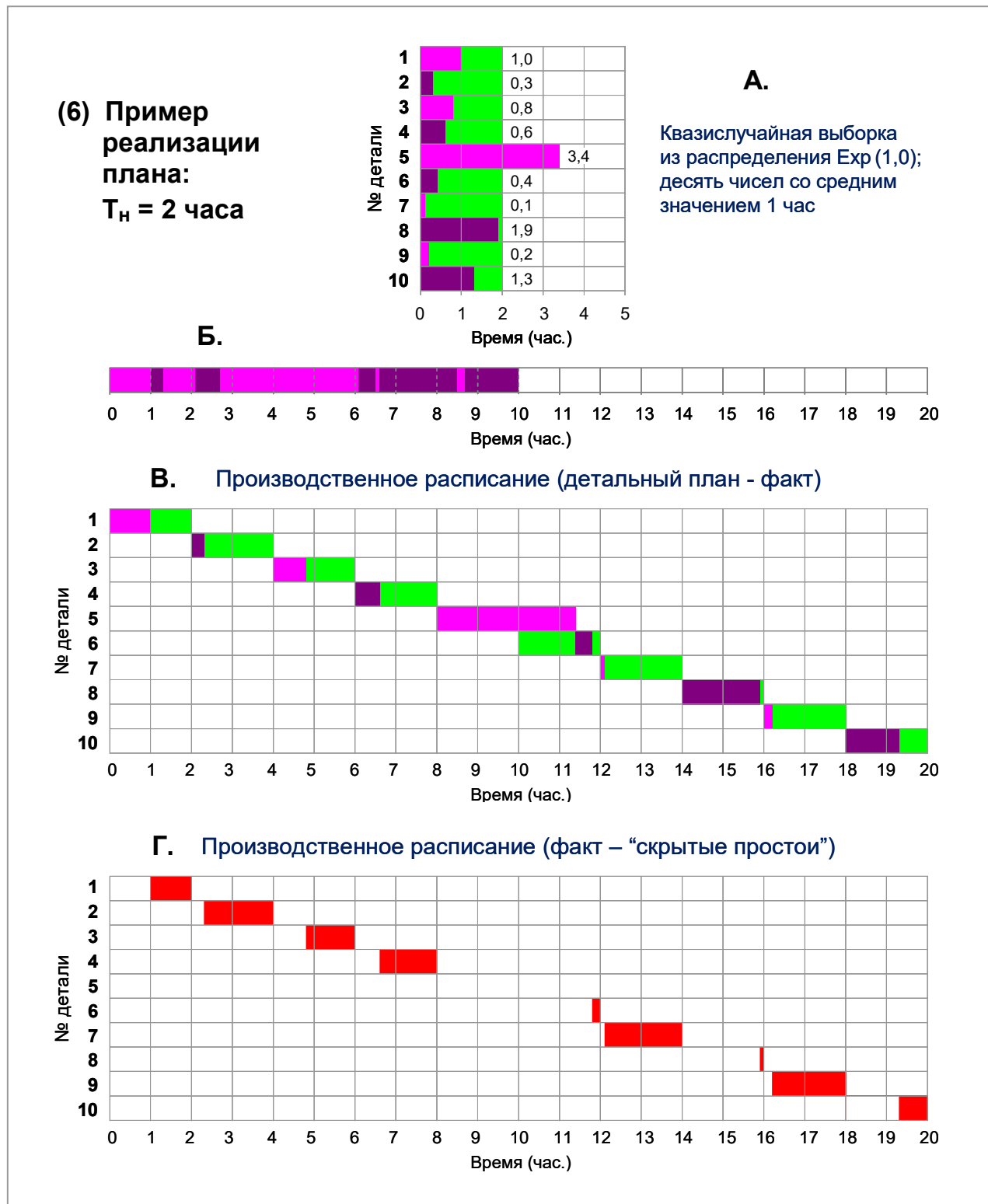
Из приведенных на врезке 4 графиков следует, что шансы завершить всю программу в установленные сроки составляют примерно 25% для плана из десяти позиций и почти нулевые – для плана из ста позиций (в последнем случае время выполнения программы оказалось меньше 100 часов всего в двух экспериментах).

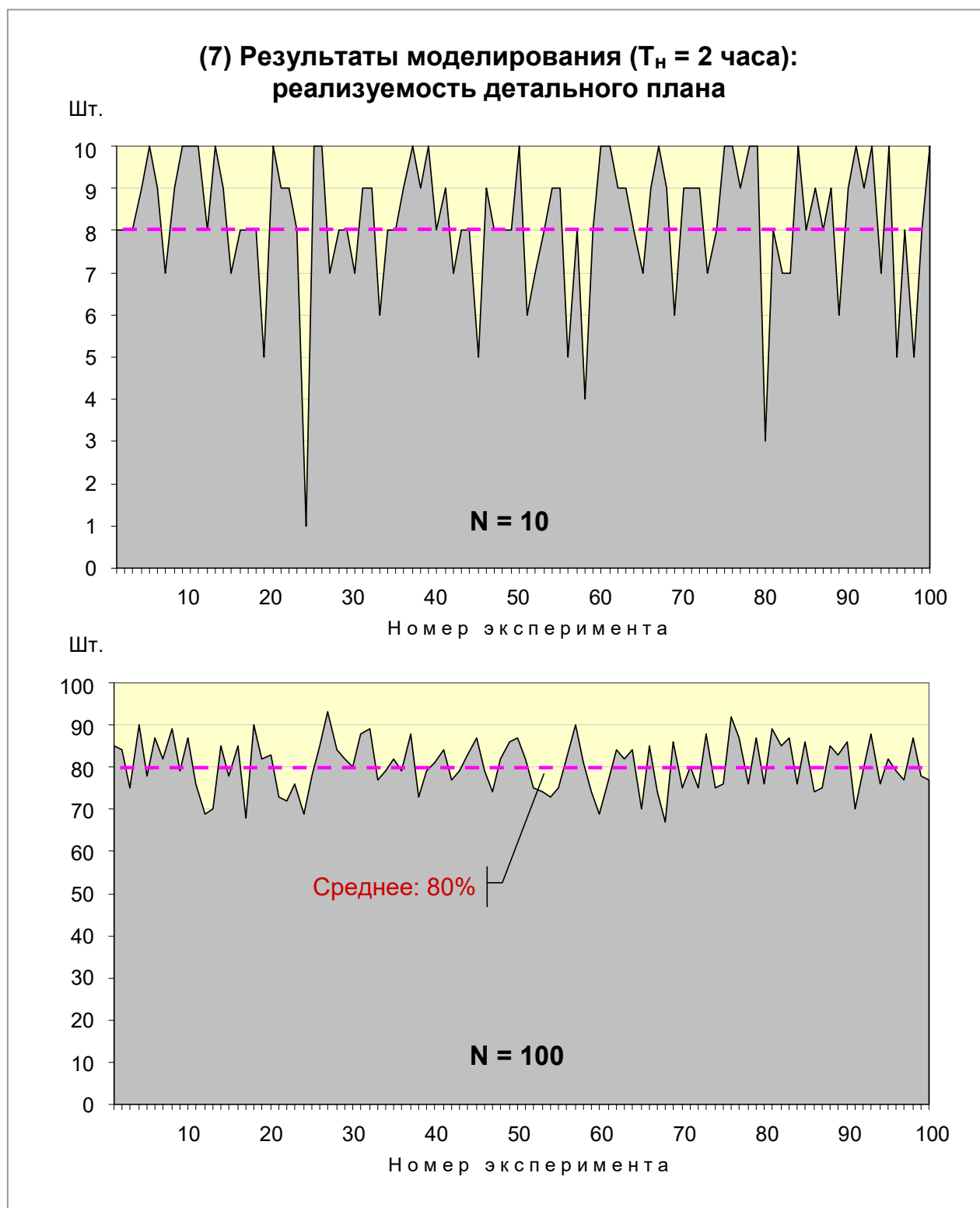
Теперь рассмотрим ту же самую простейшую систему из одного рабочего центра с экспоненциальным распределением времени обработки заготовок $\text{Exp}(1,0)$, но в качестве норматива для планирования примем значение больше среднего, например, $T_n = 2$ часа. В таком случае вероятность превышения норматива будет составлять всего 13% (см. диаграмму **A** на врезке 5), а соответствующее производственное расписание выглядит так, как показано на диаграмме **B** врезки 5. На этот раз вся программа из десяти деталей по плану должна быть целиком выполнена за 20 часов, а из ста деталей – за 200 часов. Причём вероятность 100-процентной реализуемости плана для десяти деталей будет около 25% ($0,87^{10} \approx 0,248$).

Пример реализации нового производственного расписания для выборки из тех же десяти квазислучайных значений времени обработки (см. диаграммы **A** и **B** на врезке 6) показан на диаграмме **B** врезки 6. Как видно, вся программа целиком успешно завершается в установленные сроки, и только по одной из десяти позиций плана (пятой) есть нарушение; реализуемость плана – 90%.



Приведенные ниже результаты компьютерного моделирования подтверждают отмеченные на примере качественные закономерности. Как и раньше, для первой серии экспериментов использовались сто выборок по $N = 10$ псевдо-случайных чисел из распределения $\text{Exp}(1,0)$ и анализировалась работа системы “по плану” из десяти позиций, показанному на врезке 5. Во второй серии





моделировалась работа системы при изготовлении $N = 100$ деталей. На врезке 7 показаны экспериментальные данные по реализуемости соответствующих детальных планов. Для плана из десяти позиций 100-процентное значение по факту наблюдается в 23% экспериментов (в теории это $\sim 25\%$), причём ещё примерно в четверти экспериментов реализованными оказались девять и

почти в трети экспериментов – восемь позиций. Однако за счёт “выбросов” среднее по всей серии составляет только 80%. А вот для плана из ста позиций при том же 80-процентном среднем фактическая реализуемость практически никогда не достигает 100-процентного значения и очень редко превышает 90% (хотя столь же редко опускается ниже 70%).

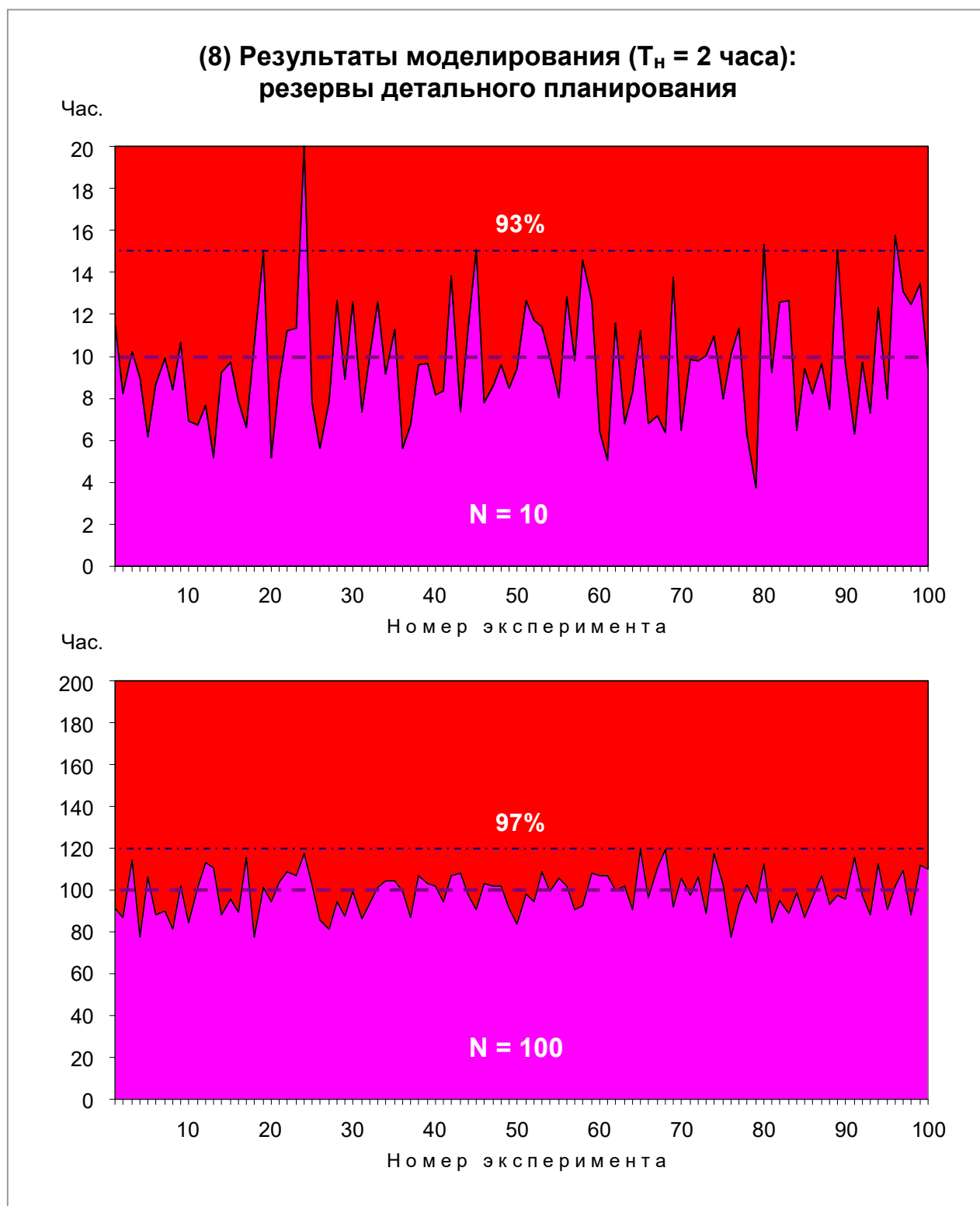
Что касается выполнения программы в целом, то незначительное превышение установленных сроков, – соответственно, 20 часов в первом случае и 200 часов во втором, – по факту в обеих сериях наблюдается примерно в 15% экспериментов (при средних значениях ~19 и ~199 часов; полные результаты моделирования здесь не приводятся).

Казалось бы, тенденция понятна и следует дальше развивать успех, а именно, продолжать увеличивать норматив времени. Тогда реализуемость детальных планов и общие шансы на завершение всей программы в установленные сроки, очевидно, будут неуклонно расти и приближаться к 100%.

Однако имеется одно неприятное обстоятельство, заставляющее задуматься о целесообразности движения в данном направлении. Дело в том, что с ростом норматива времени для детального планирования неизбежно уменьшается фактический коэффициент использования оборудования. Так, в показанном на врезке 6 примере реализации производственного расписания из отведённых на выполнение всей программы 20 часов РЦ фактически был загружен только наполовину (10 часов, суммарное операционное время обработки всех десяти заготовок), а вторую половину планового времени (ровно 10 часов) в сумме составляли периоды *скрытого простоя* (см. диаграмму Г на врезке 6). “Скрытого” – потому что изначально предполагалось, что РЦ будет занят выполнением заданной программы все 20 часов и, следовательно, никаких других работ на этот период времени для него не планировалось.

Приведенные на врезке 8 результаты компьютерного моделирования такой ситуации подтверждают полученную оценку. Лиловым цветом на диаграммах указана область значений суммарного операционного времени обработки всех заготовок (фиолетовая пунктирная линия – среднее значение, соответственно, 10 и 100 часов для плана из десяти и ста позиций); красным цветом – область “скрытого простоя”. Как видно, фактическая загрузка РЦ в обоих случаях составляет ровно половину от плановой⁵. И проблема состоит в том, что даже понимая данное обстоятельство, при работе по детальным планам эти резервы практически невозможно использовать, – из-за вариабельности процессов и фрагментарности самих периодов скрытого простоя.

Однако никто не запрещает изменить правила запуска и начинать обработку следующей заготовки сразу же после завершения предыдущей.



Но какая тогда польза от детального расписания? Если в рассматриваемой задаче планировать только сроки начала и завершения всей программы (см. врезку 8), то для случая 10 деталей с вероятностью 93% будет достаточно 15 часов (вместо 20, экономия 25% скрытых резервов), а для 100 деталей – 120 часов с вероятностью 97% (вместо 200, экономия 40% скрытых резервов)⁶.

Описанное в настоящей заметке модельное исследование было проведено с целью иллюстрации следующих общих выводов по поводу детального и укрупнённого производственного планирования:

- Если для детального планирования ресурсов используются нормативы времени, близкие к соответствующим средним выборочным значениям, то степень реализуемости получаемых планов будет крайне низкой.
- Если для детального планирования ресурсов используются нормативы времени, близкие к соответствующим максимальным выборочным значениям, то существенную часть планового времени ресурсы будут находиться в состоянии скрытого простоя.
- Чем выше степень укрупнённости плана, тем более эффективно могут быть использованы имеющиеся ресурсы.

До сих пор ещё уверены в том, что контролируете какие-то сроки и управляете загрузкой каких-то ресурсов? – Тогда мы идём к вам!

ССЫЛКИ И КОММЕНТАРИИ

- ¹ Заметка представляет собой одно из приложений к статье автора: **Жаринов С.** *О детальном и укрупнённом планировании.* – www.leanzone.ru
- ² Из серии так называемых законов Мерфологии; цитируется по ссылке: murphy-law.net.ru/basics.html
- ³ Выборка получена из набора десяти псевдослучайных чисел (см. комментарий (4)) в результате их округления до одного знака после запятой и нормирования по сумме так, чтобы среднее значение было в точности равно 1,0.
- ⁴ Необходимые псевдослучайные числа получаются по формуле: $y = -\text{LN}(x)/\lambda$, где λ – параметр экспоненциального распределения, x – значение, возвращаемое стандартным генератором равномерно распределённой случайной величины на интервале (0,1).
- ⁵ Теоретически это очевидно: для норматива времени, в два раза превышающего среднее значение распределения, данный результат (скрытый простой в размере половины общего времени выполнения программы при достаточно большом числе плановых позиций) непосредственно следует из центральной предельной теоремы теории вероятностей.
- ⁶ Сумма N независимых случайных величин, распределённых по экспоненциальному закону $\text{Exp}(1,0)$, имеет гамма-распределение $\Gamma(N; 1,0)$ с параметром формы 1,0 и параметром масштаба N . Отсюда, 93-процентная квантиль распределения $\Gamma(10; 1,0)$ в нашем случае соответствует значению 15 часов, а 97-процентная квантиль распределения $\Gamma(100; 1,0)$ – значению чуть меньше 120 часов.